## Lernen mit Mathe-Scout

Wer kennt das nicht? Man kommt bei den Mathehausaufgaben nicht weiter und es ist einem völlig schleierhaft, wie die Lösung zustande kommt. Am nächsten Tag erfährt man in der Schule das Ergebnis der Aufgabe. Viel hilft das aber nicht. Denn ein echter Lerneffekt tritt nur ein, wenn man den Lösungsweg nachvollziehen kann.

Diesen Lerneffekt möchte Mathe-Scout dir verschaffen. Wir haben die Aufgaben aus dem Lambacher Schweizer gerechnet und die Lösungswege ausführlich aufgeschrieben. So kannst du Schritt für Schritt in deinem eigenen Tempo den Rechenweg nachvollziehen.

### Besondere Symbole

Hinweise und Tipps lenken deine Aufmerksamkeit auf die wichtigen Aspekte einer Aufgabe und verhindern, dass du in Rechenfallen tapst.

STOP Hier besonders aufpassen

i Tipps und Hinweise erleichtern dir das Verständnis

### Navigation

Um schnell und unkompliziert zur gewünschten Aufgaben-Lösung zu gelangen, ist die Navigationsleiste links zu empfehlen. Die Navigation besitzt folgenden Aufbau:
*Seite - Aufgabe - Teilaufgabe*

### Grafiken

Mathe-Scout legt großen Wert auf Grafiken. Wir haben zahlreiche Funktionsgraphen für dich skizziert - auch dann, wenn es laut Aufgabenstellung nicht erforderlich war. Die Graphen erleichtern dir das Verständnis und führen dir die besonderen Eigenschaften einer Funktion wie Nullstellen oder Verhalten gegen Unendlich anschaulich vor Augen. Mit dem neuen Bildungsplan ist das umso wichtiger. Denn der grafikfähige Taschenrechner gehört nicht mehr zur Standardausstattung eines Schülers. Einfach mal eine Funktion zeichnen, ist nicht mehr möglich.

### So lernst du richtig

Mathe-Scout soll dir immer dann weiterhelfen, wenn du auch nach langem Grübeln nicht weiterkommst. Am Anfang musst du vielleicht noch den ganzen Rechenweg durchlesen. Doch je besser du die Aufgaben von Mal zu Mal verstehst, desto weniger Input brauchst du. Das sorgt nicht nur für bessere Noten in Klassenarbeiten, sondern wird dich auch für die nächsten Aufgaben motivieren.
Aber Vorsicht: Einfach nur Abschreiben lohnt sich nicht. Unsere Lösungswege sind so ausführlich, dass reines Abschreiben keinen Spaß macht. Auf Dauer würdest du dir damit nur mehr Arbeit machen als notwendig. Nutz Mathe-Scout, um Routine zu bekommen und in deinem eigenen Tempo zu lernen. Mathe-Scout möchte dein Denken nicht ersetzen - sondern dir auf die Sprünge helfen. Du wirst sehen: Es lohnt sich. Je routinierter du wirst, desto leichter fallen dir die Mathehausaufgaben.

### Fehler entdeckt? Anregungen?

Niemand ist perfekt! Trotz aller Sorgfalt kann nicht ausgeschlossen werden, dass sich Fehler eingeschlichen haben. Sollte dir etwas auffallen, kannst du uns über das Briefsymbol oben links jederzeit darauf hinweisen. Gerne kannst du uns auch für Anregungen kontaktieren. Wir sind offen für Vorschläge und freuen uns auf dein Feedback. Übrigens: Solange deine Lizenz läuft, kannst du dein Mathe-Scout-Produkt jederzeit updaten. So hast du immer die aktuellste Version und gemeldete Fehler sind korrigiert.

### Bereit für ein erfolgreiches Schuljahr in Mathe?

Mathe-Scout UG (haftungsbeschränkt)
Web: www.Mathe-Scout.de
E-Mail: info@Mathe-Scout.de

# Kapitel 3: Schluesselkonzept: Vektoren - Geraden im Raum

Im Kapitel *Schlüsselkonzept: Vektoren - Geraden im Raum* lernst du, mit Vektoren zu rechnen. Punkte werden jetzt nicht mehr in einem zweidimensionalen Koordinatensystem eingezeichnet, sondern in einem Koordinatensystem mit drei Achsen. Für die dort eingezeichneten Punkte bedeutet das, dass sie zukünftig drei Koordinaten haben. Schwierig ist aber auch das nicht. Mit ein bisschen Übung und den ausführlichen Lösungswegen von Mathe-Scout wirst du damit schon bald viel Routine haben.



| **Seite** | 70 | **Aufgabe** | 5 | **Exercise-ID** | Ex.70.5.000 |
|---|---|---|---|---|---|

a) Es soll der Abstand zwischen den beiden Punkten $A(2|3|4)$ und $B(3|5|2)$ berechnet werden.

Um den Abstand zwischen zwei Punkten zu ermitteln, wird die Formel $d = \sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2+(b_3-a_3)^2}$ verwendet. Der Abstand berechnet sich dann wie folgt:

$$d = \sqrt{(3-2)^2+(5-3)^2+(2-4)^2}$$
$$d = \sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}$$
$$d = \sqrt{1+4+4}$$
$$d = \sqrt{9}$$
$$d = 3$$

Der Abstand zwischen den Punkten $A(2|3|4)$ und $B(3|5|2)$ beträgt 3 Längeneinheiten.

b) Es soll der Abstand zwischen den beiden Punkten $A(8|-3|6)$ und $B(10|-6|0)$ berechnet werden.

Um den Abstand zwischen zwei Punkten zu ermitteln, wird die Formel $d = \sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2+(b_3-a_3)^2}$ verwendet. Der Abstand berechnet sich dann wie folgt:

$$d = \sqrt{(10-8)^2+(-6-(-3))^2+(0-6)^2}$$
$$d = \sqrt{2^2+(-6+3)^2+(-6)^2}$$
$$d = \sqrt{4+(-3)^2+36}$$
$$d = \sqrt{4+9+36}$$
$$d = \sqrt{49}$$
$$d = 7$$

Der Abstand zwischen den Punkten $A(8|-3|6)$ und $B(10|-6|0)$ beträgt 7 Längeneinheiten.

c) Es soll der Abstand zwischen den beiden Punkten $A(1|-5|7)$ und $B(-11|-2|3)$ berechnet werden.

Um den Abstand zwischen zwei Punkten zu ermitteln, wird die Formel $d = \sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2+(b_3-a_3)^2}$ verwendet. Der Abstand berechnet sich dann wie folgt:

$$d = \sqrt{(-11-1)^2+(-2-(-5))^2+(3-7)^2}$$
$$d = \sqrt{(-12)^2+(-2+5)^2+(-4)^2}$$
$$d = \sqrt{144+3^2+16}$$
$$d = \sqrt{160+9}$$
$$d = \sqrt{169}$$
$$d = 13$$

Der Abstand zwischen den Punkten $A(1|-5|7)$ und $B(-11|-2|3)$ beträgt 13 Längeneinheiten.

d) Es soll der Abstand zwischen den beiden Punkten $A(0|2|4)$ und $B(3|2|7)$ berechnet werden.

Um den Abstand zwischen zwei Punkten zu ermitteln, wird die Formel $d = \sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2+(b_3-a_3)^2}$ verwendet. Der Abstand berechnet sich dann wie folgt:

$$d = \sqrt{(3-0)^2+(2-2)^2+(7-4)^2}$$
$$d = \sqrt{3^2+0^2+3^2}$$
$$d = \sqrt{9+0+9}$$
$$d = \sqrt{18}$$

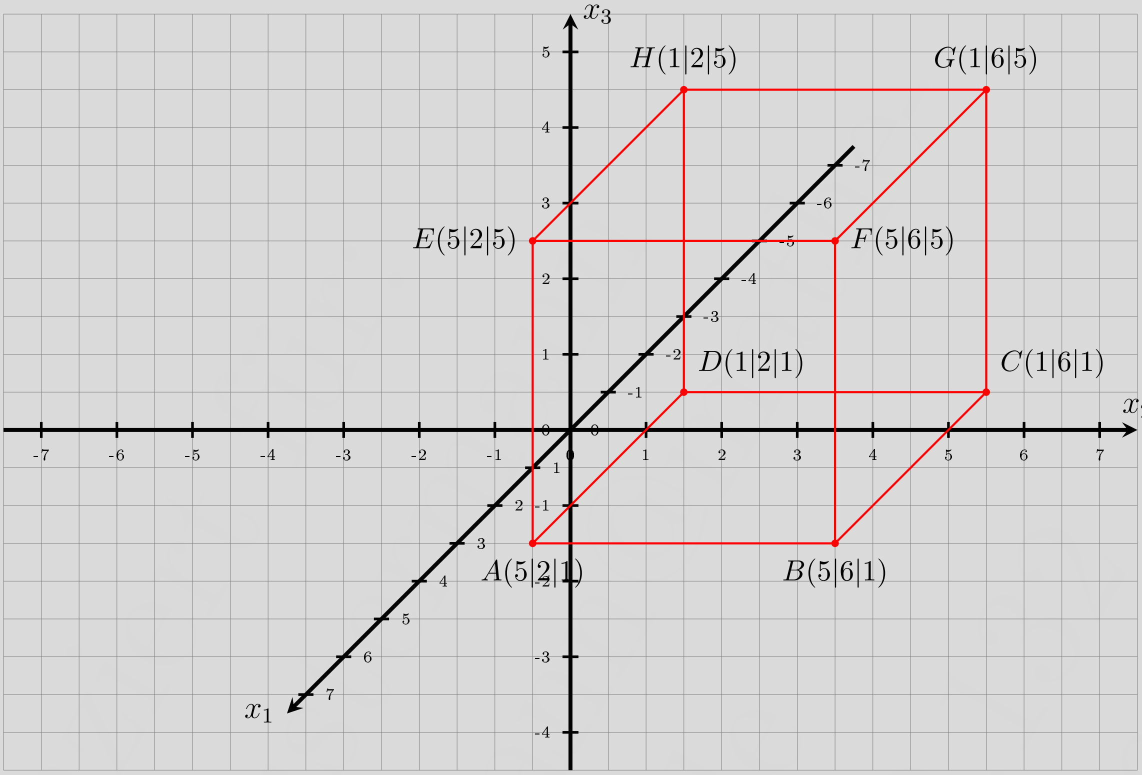
Der Abstand zwischen den Punkten $A(0|2|4)$ und $B(3|2|7)$ beträgt $\sqrt{18}$ Längeneinheiten.

STOP Im Buch ist die Formel zur Berechnung des Abstands leider falsch angegeben (siehe Seite 69, Lambacher Schweizer). Dort steht $d = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 - (b_3 - a_3)^2}$. Das vorletzte Minus–Zeichen ist falsch. Richtig muss es heißen: $d = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$. Im Beispiel darüber steht es richtig.

| **Seite** 71 | **Aufgabe** 10 | **Exercise-ID** Ex.71.10.000 |
|---|---|---|

a) Es sollen die Koordinaten der Punkte $A$, $C$, $D$, $E$, $F$ und $G$ bestimmt werden. Sie stellen die Eckpunkte eines Würfels dar, dessen Seitenflächen parallel zu den Koordinatenebenen sind. Gegeben sind die Punkte $B(5|6|1)$ und $H(1|2|5)$. Anschließend gilt es, den Würfel zu zeichnen.

- Punkt $C$ bestimmen
  - Damit die Strecke $\overline{BC}$ parallel zur $x_1$-Achse verläuft, muss der Punkt $C$ dieselben $x_2$- und $x_3$-Werte haben wie der Punkt $B$.
  - Damit die Strecke $CD$ parallel zur $x_2$-Achse verläuft, muss der Punkt $C$ zudem denselben $x_1$-Wert haben wie Punkt $D$.
  - Da sich der Punkt $D$ mit dem über ihm liegenden Punkt $H$ mit einer senkrechten Geraden verbinden lässt, haben sie auch denselben $x_1$-Wert.
  - Damit lassen sich nun die Koordinaten für den Punkt $C$ bestimmen: $C(1|6|1)$
- Punkt $D$ bestimmen
  - Der Punkt $D$ gleicht dem Punkt $H$, einzig die Höhe und damit der $x_3$-Wert ist verschieden.
  - Der $x_3$-Wert von Punkt $D$ entspricht dem von Punkt $C$.
  - Damit lassen sich nun die Koordinaten für den Punkt $D$ bestimmen: $D(1|2|1)$
- Punkt $A$ bestimmen
  - Der Punkt $A$ gleicht dem Punkt $B$, einzig der $x_2$-Wert ist verschieden.
  - Der $x_2$-Wert von Punkt $A$ entspricht dem von Punkt $D$.
  - Damit lassen sich nun die Koordinaten für den Punkt $A$ bestimmen: $A(5|2|1)$
- Punkt $E$ bestimmen
  - Punkt $E$ gleicht dem Punkt $A$, einzig die Höhe und somit der $x_3$-Wert ist verschieden.
  - Der $x_3$-Wert von Punkt $E$ entspricht dem von Punkt $H$.
  - Damit lassen sich nun die Koordinaten für den Punkt $E$ bestimmen: $E(5|2|5)$
- Punkt $F$ bestimmen
  - Punkt $F$ gleicht dem Punkt $B$, einzig die Höhe und somit der $x_3$-Wert ist verschieden.
  - Der $x_3$-Wert von Punkt $F$ entspricht dem von Punkt $H$.
  - Damit lassen sich nun die Koordinaten für den Punkt $F$ bestimmen: $F(5|6|5)$
- Punkt $G$ bestimmen
  - Punkt $G$ gleicht dem Punkt $C$, einzig die Höhe und somit der $x_3$-Wert ist verschieden.
  - Der $x_3$-Wert von Punkt $G$ entspricht dem von Punkt $H$.
  - Damit lassen sich nun die Koordinaten für den Punkt $G$ bestimmen: $G(1|6|5)$

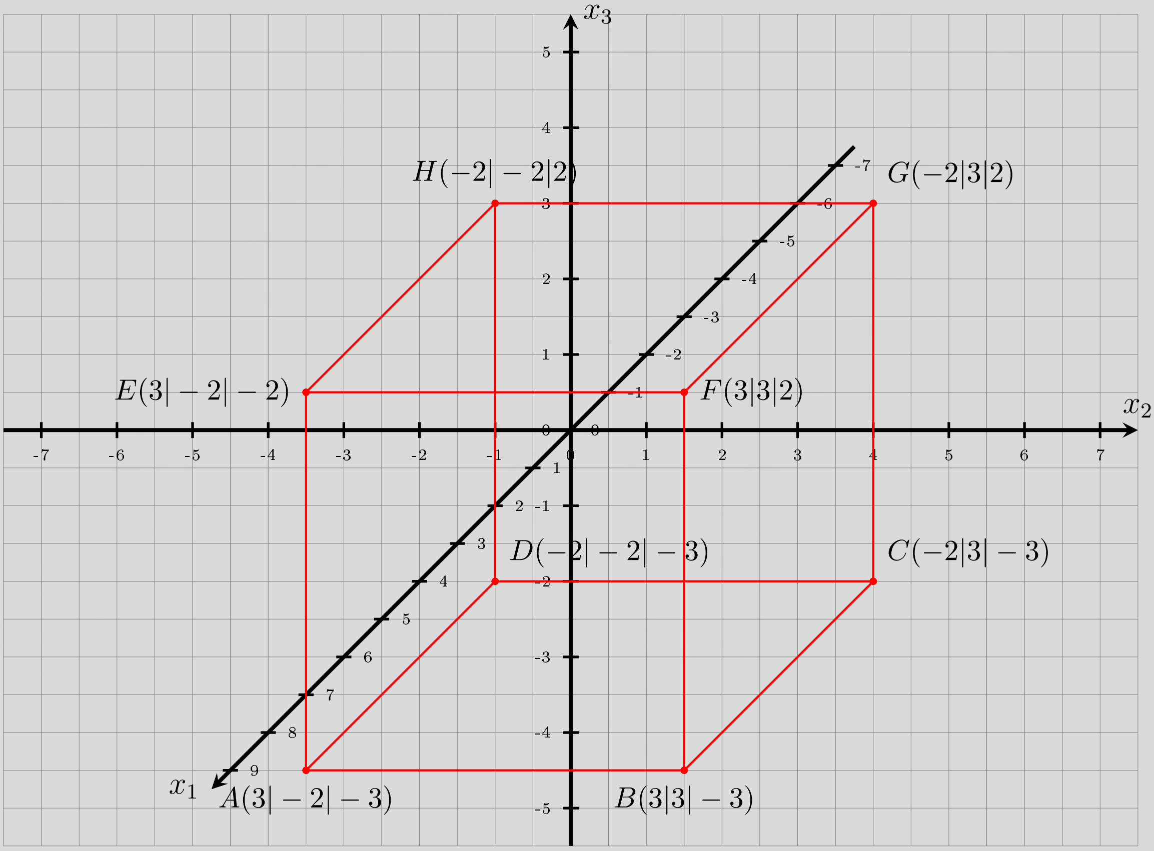



Es empfiehlt sich, bei dieser Aufgabe zu aller erst eine Skizze des Würfels anzufertigen. So sieht man, welcher Buchstabe, welches Würfeleck markiert und kommt später nicht durcheinander.

b) Es sollen die Koordinaten der Punkte $A$, $B$, $C$, $E$, $G$ und $H$ bestimmt werden. Sie stellen die Eckpunkte eines Würfels dar, dessen Seitenflächen parallel zu den Koordinatenebenen sind. Gegeben sind die Punkte $D(-2|-2|-3)$ und $F(3|3|2)$. Anschließend gilt es, den Würfel zu zeichnen.

- Punkt $A$ bestimmen
  - Damit die Strecke $AD$ parallel zur $x_1$-Achse verläuft, muss der Punkt $A$ diesselben $x_2$- und $x_3$-Werte haben wie der Punkt $D$.
  - Da es sich bei dem Körper um einen Würfel handelt und somit die Grundflächen quadratisch sind, hat der Punkt $A$ denselben $x_1$-Wert wie der Punkt $F$.
  - Damit lassen sich nun die Koordinaten für den Punkt $A$ bestimmen: $A(3|-2|-3)$
- Punkt $B$ bestimmen
  - Damit die Strecke $AB$ parallel zur $x_2$-Achse verläuft, muss der Punkt $B$ diesselben $x_1$- und $x_3$-Werte haben wie der Punkt $A$.
  - Der $x_2$-Wert von Punkt $B$ entspricht dem von Punkt $F$.
  - Damit lassen sich nun die Koordinaten für den Punkt $B$ bestimmen: $B(3|3|-3)$

- Punkt $C$ bestimmen
  - Punkt $C$ gleicht dem Punkt $B$, einzig der $x_1$-Wert ist verschieden.
  - Der $x_1$-Wert von Punkt $C$ entspricht dem von Punkt $D$.
  - Damit lassen sich nun die Koordinaten für den Punkt $B$ bestimmen: $C(-2|3|-3)$
- Punkt $E$ bestimmen
  - Der Punkt $E$ entspricht dem Punkt $A$, einzig die Höhe und somit der $x_3$-Wert ist verschieden.
  - Der $x_3$-Wert von Punkt $E$ entspricht dem von Punkt $F$.
  - Damit lassen sich nun die Koordinaten für den Punkt $E$ bestimmen: $E(3|-2|2)$
- Punkt $G$ bestimmen
  - Der Punkt $G$ entspricht dem Punkt $C$, einzig die Höhe und somit der $x_3$-Wert ist verschieden.
  - Der $x_3$-Wert von Punkt $G$ entspricht dem von Punkt $F$.
  - Damit lassen sich nun die Koordinaten für den Punkt $G$ bestimmen: $G(-2|3|2)$
- Punkt $H$ bestimmen
  - Der Punkt $H$ entspricht dem Punkt $D$, einzig die Höhe und somit der $x_3$-Wert ist verschieden.
  - Der $x_3$-Wert von Punkt $H$ entspricht dem von Punkt $F$.
  - Damit lassen sich nun die Koordinaten für den Punkt $H$ bestimmen: $H(-2|-2|2)$



Merke: Bei einem klassischen Würfel gibt es immer zwei Eckpunkte, die bis auf die Höhe, also der $x_3$-Wert, identisch sind. Das sind die Punkte $A$ und $E$, die Punkte $B$ und $F$, die Punkte $C$ und $G$ sowie die Punkte $D$ und $H$.

| Seite | 77 | Aufgabe | 8 | Exercise-ID | Ex.77.8.000 |
|---|---|---|---|---|---|

## a) Es soll der Punkt $B$ bestimmt werden.

Die Punkte $A$ und $B$ bilden die Strecke $\overline{AB}$ mit dem Mittelpunkt $M$. Die Punkte $A$ und $M$ sind bekannt. Sie lauten $A(0|0|0)$ und $M(4|8|1)$. Um die Koordinaten von Punkt $B$ zu bestimmen, muss der Vektor $\vec{m}$ zweimal hintereinander an den Punkt $A$ gesetzt werden:

$$\vec{b} = \vec{a} + 2 \cdot \vec{m}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 \\ 2 \cdot 8 \\ 2 \cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ 16 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Der Punkt $B$ lautet somit: $B(8|16|2)$

Man hätte die Aufgabe auch so rechnen können, wie in Teilaufgabe b) und c). Da bei dieser Aufgabe der Punkt $A$ auf dem Ursprung lag, ging aber auch die hier gewählte Variante.



Max Mustermann
Max.Mustermann@mathe-scout.de

b) Es soll der Punkt $B$ bestimmt werden.

Die Punkte $A$ und $B$ bilden die Strecke $\overline{AB}$ mit dem Mittelpunkt $M$. Die Punkte $A$ und $M$ sind bekannt. Sie lauten $A(1|2|-1)$ und $M(4|2|5)$. Da $M$ den Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$ bildet, gilt: $2\vec{m} = \vec{a} + \vec{b}$. Löst man diese Gleichung nach $\vec{b}$ auf, lassen sich die fehlenden Koordinaten bestimmen:

$$\vec{b} = 2 \cdot \vec{m} - \vec{a}$$

$$\vec{b} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 \\ 2 \cdot 2 \\ 2 \cdot 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 8-1 \\ 4-2 \\ 10-(-1) \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 10+1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 11 \end{pmatrix}$$

Der Punkt $B$ lautet somit: $B(7|2|11)$

c) Es soll der Punkt $B$ bestimmt werden.

Die Punkte $A$ und $B$ bilden die Strecke $\overline{AB}$ mit dem Mittelpunkt $M$. Die Punkte $A$ und $M$ sind bekannt. Sie lauten $A(2|3|6)$ und $M(12|-1|6)$. Da $M$ den Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$ bildet, gilt: $2\vec{m} = \vec{a} + \vec{b}$. Löst man diese Gleichung nach $\vec{b}$ auf, lassen sich die fehlenden Koordinaten bestimmen:

$$\vec{b} = 2 \cdot \vec{m} - \vec{a}$$

$$\vec{b} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 12 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 12 \\ 2 \cdot -1 \\ 2 \cdot 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 24 \\ -2 \\ 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 24 - 2 \\ -2 - 3 \\ 12 - 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 22 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Der Punkt $B$ lautet somit: $B(22|-5|6)$

| **Seite** | 87 | **Aufgabe** | 2 | **Exercise-ID** | Ex.87.2.000 |
|---|---|---|---|---|---|

a) Es soll der Schnittpunkt $S$ der Geraden $g$ und $h$ berechnet werden.

Um den Schnittpunkt $S$ zu bestimmen, werden die Geraden gleichgesetzt, in ein lineares Gleichungssystem (LGS) umgeformt und nach den beiden Variablen aufgelöst. Anschließend wird eine der beiden Variablen in die dazugehörende Geradengleichung eingesetzt und so die Koordinaten des Schnittpunkts $S$ ermittelt.

- Geraden $g$ und $h$ gleichsetzen:

$$\begin{pmatrix}1\\7\\9\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\5\\5\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$$

- In ein LGS umformen:

$$\begin{aligned}1 + 0s &= 3 + 1t\\ 7 + 1s &= 5 + 1t\\ 9 + 2s &= 5 + 2t\end{aligned}$$

- LGS nach den Variablen auflösen:
  - Erste Zeile:

$$\begin{aligned}1 + 0s &= 3 + 1t\\ 1 &= 3 + t \qquad | - 3\\ -2 &= t\end{aligned}$$

  Da laut Aufgabenstellung bereits bekannt ist, dass die Geraden sich schneiden, müssen weder alle drei Zeilen geprüft werden, noch die zweite Variable $s$ ausgerechnet werden. Im nächsten Schritt wird also $t = -2$ in die Gerade $h$ eingesetzt.

- Einsetzen der Variablen $t = -2$ in die Geradengleichung $h$, um die Koordinaten des Schnittpunkt $S$ zu erhalten:

$$\begin{aligned}3 + (-2) \cdot 1 &= 3 - 2 = 1\\ 5 + (-2) \cdot 1 &= 5 - 2 = 3\\ 5 + (-2) \cdot 2 &= 5 - 4 = 1\end{aligned}$$

Der Schnittpunkt $S$ lautet somit $S(1|3|1)$.

b) Es soll der Schnittpunkt $S$ der Geraden $g$ und $h$ berechnet werden.

Um den Schnittpunkt $S$ zu bestimmen, werden die Geraden gleichgesetzt, in ein lineares Gleichungssystem (LGS) umgeformt und nach den Variablen aufgelöst. Anschließend wird eine der beiden Variablen in die dazugehörende Geradengleichung eingesetzt und so die Koordinaten des Schnittpunkts $S$ ermittelt.

- Geraden $g$ und $h$ gleichsetzen:

$$\begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- In ein LGS umformen:

$$\begin{aligned} 9 + 3r &= 7 + 1s \\ 0 + 2r &= -2 + 1s \\ 6 + 1r &= 2 - 2s \end{aligned}$$

- LGS nach den Variablen auflösen:
  - Erste Zeile:

$$\begin{aligned} 9 + 3r &= 7 + 1s \quad | - 7 \\ 2 + 3r &= 1s \\ 2 + 3r &= s \end{aligned}$$

  - $s = 2 + 3r$ in zweite Zeile einsetzen:

$$\begin{aligned} 0 + 2r &= -2 + s \\ 2r &= -2 + (2 + 3r) \\ 2r &= -2 + 2 + 3r \\ 2r &= 3r \qquad | - 2r \\ 0 &= r \end{aligned}$$

  Da laut Aufgabenstellung bereits bekannt ist, dass die Geraden sich schneiden, müssen nicht alle drei Zeilen geprüft werden. Im nächsten Schritt kann also gleich $r = 0$ in die dazugehörende Gerade $g$ eingesetzt werden.

- Einsetzen der Variablen $r = 0$ in die Geradengleichung $g$, um die Koordinaten des Schnittpunkt $S$ zu erhalten:

$$\begin{aligned} 9 + 0 \cdot 3 &= 9 + 0 = 9 \\ 0 + 0 \cdot 2 &= 0 + 0 = 0 \\ 6 + 0 \cdot 1 &= 6 + 0 = 6 \end{aligned}$$

Der Schnittpunkt $S$ lautet somit $S(9|0|6)$.

c) Es soll der Schnittpunkt $S$ der Geraden $g$ und $h$ berechnet werden.

Um den Schnittpunkt $S$ zu bestimmen, wenn die Geraden gleichgesetzt, in ein lineares Gleichungssystem (LGS) umgeformt und nach den beiden Variablen aufgelöst. Anschließend wird eine der beiden Variablen in die dazugehörende Geradengleichung eingesetzt und so die Koordinaten des Schnittpunkts $S$ ermittelt.

- Geraden $g$ und $h$ gleichsetzen:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -12 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- In ein LGS umformen:

$$\begin{aligned} 2 + 1s &= -2 + 2t \\ -1 - 1s &= -12 + 3t \\ 3 + 1s &= 5 + 0t \end{aligned}$$

- LGS nach den Variablen auflösen: Hier empfiehlt es sich, mit der dritten Zeile zu beginnen, da diese nur ein Variable hat.

$$\begin{aligned} 3 + 1s &= 5 + 0t \\ 3 + 1s &= 5 \qquad\qquad | -3 \\ 1s &= 2 \\ s &= 2 \end{aligned}$$

  Da laut Aufgabenstellung bereits bekannt ist, dass die Geraden sich schneiden, müssen weder alle drei Zeilen geprüft werden, noch die zweite Variable $t$ ausgerechnet werden. Im nächsten Schritt wird also $s = 2$ in die dazugehörende Gerade $g$ eingesetzt.

- Einsetzen der Variablen $s = 2$ in die Geradengleichung $g$, um die Koordinaten des Schnittpunkt $S$ zu erhalten:

$$\begin{aligned} 2 + 2 \cdot 1 &= 2 + 2 = 4 \\ -1 + 2 \cdot (-1) &= -1 - 2 = -3 \\ 3 + 2 \cdot 1 &= 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

Der Schnittpunkt $S$ lautet somit $S(4|-3|5)$.

d) Es soll der Schnittpunkt $S$ der Geraden $g$ und $h$ berechnet werden.

Um den Schnittpunkt $S$ zu bestimmen, wenn die Geraden gleichgesetzt, in ein lineares Gleichungssystem (LGS) umgeformt und nach den beiden Variablen aufgelöst. Anschließend wird eine der beiden Variablen in die dazugehörende Geradengleichung eingesetzt und so die Koordinaten des Schnittpunkts $S$ ermittelt.

- Geraden $g$ und $h$ gleichsetzen:

$$\begin{pmatrix}7\\3\\9\end{pmatrix} + q \cdot \begin{pmatrix}1\\4\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\-13\\9\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}$$

- In ein LGS umformen:

$$\begin{aligned} 7 + 1q &= 3 + 2r \\ 3 + 4q &= -13 + 1r \\ 9 + 0q &= 9 + 1r \end{aligned}$$

- LGS nach den Variablen auflösen: Hier empfiehlt es sich, mit der dritten Zeile zu beginnen, da diese nur ein Variable hat.

$$\begin{aligned} 9 + 0q &= 9 + 1r \\ 9 &= 9 + r \qquad | - 9 \\ 0 &= r \end{aligned}$$

  Da laut Aufgabenstellung bereits bekannt ist, dass die Geraden sich schneiden, müssen weder alle drei Zeilen geprüft werden, noch die zweite Variable $t$ ausgerechnet werden. Im nächsten Schritt wird also $r = 0$ in die dazugehörende Gerade $h$ eingesetzt.

- Einsetzen der Variablen $r = 0$ in die Geradengleichung $h$, um die Koordinaten des Schnittpunkt $S$ zu erhalten:

$$\begin{aligned} 3 + 0 \cdot 2 &= 3 + 0 = 3 \\ -13 + 0 \cdot 1 &= -13 + 0 = -13 \\ 9 + 0 \cdot 1 &= 9 + 0 = 9 \end{aligned}$$

Der Schnittpunkt $S$ lautet somit $S(3|-13|9)$.